



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală

7 februarie 2026

Clasa a VII-a

SUBIECTUL 1 (21 PUNCTE):

a) Efectuați: $(\sqrt{0, (5)} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{36}} + \frac{2\sqrt{5}}{3}) \cdot \sqrt{5} - (\sqrt{0, (6)} + \frac{\sqrt{24}}{3}) : \frac{1}{\sqrt{6}}$.

b) Se consideră numerele : $a = \sqrt{(4 + 3\sqrt{2})^2}$ și $b = \sqrt{(4 - 3\sqrt{2})^2}$. Demonstrați că media aritmetică a numerelor a și b este mai mică decât media geometrică a numerelor 4 și 5.

SUBIECTUL 2 (21 PUNCTE):

a) Numărul \overline{abc} are suma cifrelor 13 și $\lceil \sqrt{\overline{abc}} \rceil = 11$. Arătați că \overline{abc} este număr prim.

b) Se consideră numerele $a = \sqrt{1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 2023 + 2025}$ și $b = \sqrt{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 2025 \cdot 2026 + 2030}$. Arătați că $a \in \mathbb{Q}$ și $b \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

SUBIECTUL 3 (21 PUNCTE):

Fie ABCD un paralelogram, M mijlocul laturii AB și $AC \cap BD = \{O\}$.

a) Bisectoarele unghiurilor ABC și BAD se intersectează în punctul I. Aflați lungimea segmentului IM știind că $AB = 10$ cm.

b) Dacă E este mijlocul lui [OD], F este mijlocul lui [OC] și $AE \cap BF = \{P\}$, demonstrați că punctele P, O și M sunt coliniare.

SUBIECTUL 4 (21 PUNCTE):

Se consideră dreptunghiul ABCD și un punct M pe diagonala [BD]. Notăm cu E și F proiecțiile lui M pe laturile AB respectiv AD. Știind că $ME + MF = AB$, arătați că:

a) ABCD este pătrat.

b) Dreptele CM, DE și BF sunt concurente.

(Gazeta Matematică nr. 10 / 2025)

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Se acordă 16 puncte din oficiu

Țimp de lucru: 3 ore.



MINISTERUL
EDUCAȚIEI



Barem de notare și evaluare
Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Locală, Județul Dolj, 7 februarie 2026
clasa a VII a

Subiectul 1.	
a) $\left(\frac{\sqrt{5}}{3} + \frac{\sqrt{5}}{6} + \frac{2\sqrt{5}}{3}\right) \cdot \sqrt{5} - \left(\frac{\sqrt{6}}{3} + \frac{2\sqrt{6}}{3}\right) \cdot \sqrt{6}$	3 p
$= \left(\frac{2\sqrt{5}}{6} + \frac{\sqrt{5}}{6} + \frac{4\sqrt{5}}{6}\right) \cdot \sqrt{5} - \frac{3\sqrt{6}}{3} \cdot \sqrt{6}$	3 p
$= \frac{7\sqrt{5}}{6} \cdot \sqrt{5} - 6$	3 p
$= \frac{35}{6} - 6 = -\frac{1}{6}$	3 p
b) $a = 4 + 3\sqrt{2} = 4 + 3\sqrt{2}$ $b = 4 - 3\sqrt{2} = 3\sqrt{2} - 4$	3 p
$m_a(a,b) = 3\sqrt{2}$ $m_g(4,5) = 2\sqrt{5}$	3 p
$\sqrt{18} < \sqrt{20}$, relație adevărată	3 p
TOTAL	21 p
Subiectul 2	
a) $11 \leq \sqrt{abc} < 12 \Rightarrow 121 \leq abc < 144$	3 p
$a=1$ și $b \in \{2,3,4\}$, $b=2 \Rightarrow c=10$, nu convine, $b=4 \Rightarrow c=8$, $148 > 144$, nu convine	3 p
$b=3 \Rightarrow c=9$, $\overline{abc} = 139$, deci, nr căutat este 139 care este prim.	3 p



<p>b) $1+3+5+\dots+2023+2025 = (1+2+3+\dots+2025) - (2+4+\dots+2024)$</p> $= \frac{2025 \cdot 2026}{2} - 2 \cdot (1+2+\dots+1012)$ $= 2025 \cdot 1013 - 2 \cdot \frac{1012 \cdot 1013}{2} = 2025 \cdot 1013 - 1012 \cdot 1013 = 1013^2$ <p>$a=1013 \in Q$</p> <p>$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2025 \cdot 2026$ este M_4 iar 2030 este M_{4+2} deci numărul</p> <p>$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 2025 \cdot 2026 + 2030$ este M_{4+2}, deci nu e pătrat perfect</p> <p>$b \in R \setminus Q$.</p>	<p>3 p</p> <p>3 p</p> <p>3 p</p> <p>3 p</p>
<p>TOTAL</p>	<p>21 p</p>
<p>Subiectul 3</p>	
<p>a) $\angle IAB + \angle IBA = \frac{\angle DAB}{2} + \frac{\angle CBA}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$ în $\triangle IAB : \angle AIB = 90^\circ$</p> <p>Folosind teorema medianei în triunghiul AIB dreptunghic obținem</p> <p>$IM = \frac{AB}{2} = 5 \text{ cm.}$</p>	<p>3 p</p> <p>3 p</p>
<p>b) E mijlocul lui [OD], F mijlocul lui [OC] $\Rightarrow [EF]$ este linie mijlocie în $\triangle DOC$</p> <p>$EF \parallel CD$ și $EF = \frac{CD}{2} \Rightarrow EF \parallel AB$ și $EF = \frac{AB}{2}$</p> <p>Deci, $[EF]$ este linie mijlocie în $\triangle PAB$</p> <p>În $\triangle PAB : AF$ și BE devin mediane iar O este centrul de greutate al $\triangle PAB$</p> <p>$[PM]$ mediană în $\triangle PAB$, deci $O \in PM \Rightarrow P, O, M$ coliniare.</p>	<p>3 p</p> <p>3 p</p> <p>3 p</p> <p>3 p</p>
<p>TOTAL</p>	<p>21 p</p>
<p>Subiectul 4</p>	
<p>a) AFME dreptunghi deci FM=AE</p> <p>$ME+MF=AB \Rightarrow ME+AE=AE+BE \Rightarrow BE = ME$</p> <p>Deci, $\triangle BME$ este dreptunghic isoscel $\Rightarrow \angle MBE = 45^\circ \Rightarrow \angle ABD = 45^\circ$</p> <p>$AB=AD, ABCD$ dreptunghi $\Rightarrow ABCD$ pătrat.</p>	<p>3 p</p> <p>3 p</p>
<p>b) Notăm $CE \cap BF = \{P\}$, $\triangle BEC \equiv \triangle AFB$ (C.C) $\Rightarrow \angle ECB \equiv \angle FBA$</p> <p>$\angle ECB + \angle CEB = 90^\circ \Rightarrow \angle FBA + \angle CEB = 90^\circ \Rightarrow \angle EPB = 90^\circ$</p> <p>Deci FP este înălțime în $\triangle FEC$.</p>	<p>3 p</p>



<p>Notăm $CF \cap DE = \{R\}$, $\triangle DAE \equiv \triangle CDF$ (C.C) $\Rightarrow \angle DCF \equiv \angle ADE$ $\angle ADE + \angle EDC = 90^\circ \Rightarrow \angle EDC + \angle DCF = 90^\circ \Rightarrow \angle DRC = 90^\circ$ Deci ER este înălțime în $\triangle FEC$.</p>	3 p
<p>$FM \cap BC = \{Q\}$, BEMQ este pătrat $\Rightarrow \triangle MEF \equiv \triangle QMC$ (C.C) $\Rightarrow \angle CMQ \equiv \angle MEF$ $CM \cap FE = \{N\} \Rightarrow \angle NMC = 180^\circ \Rightarrow \angle NME + \angle EMQ + \angle CMQ = 180^\circ$ $\Rightarrow \angle NME + 90^\circ + \angle MEF = 180^\circ \Rightarrow \angle NME + \angle MEN = 90^\circ \Rightarrow \angle MNE = 90^\circ$ Deci CN este înălțime în $\triangle FEC$.</p>	3 p
<p>Dreptele CM, DE și BF se intersectează în ortocentrul triunghiului FEC.</p>	3 p
TOTAL	21p